

CEVAP ANAHTARI

Adı-Soyadı:

19.11.2018

Numarası:

Fen – Edb. Fak. Mat. Bölümü Mat 203 Analitik Geometri Arasınava Soruları

1. Kartezyen koordinatlarda verilen $P(1, \sqrt{3}, 2)$ noktasının küresel koordinatlarını bulunuz.

2. $d_1 \dots (x + 2y + z = 1, y + z = 0)$

$d_2 \dots x - \frac{1}{5} = \frac{y - \frac{1}{5}}{-2} = \frac{z + 2}{-1} = \lambda$ doğrularının birbirlerine göre durumunu inceleyiniz.

3. $A(1, 0, 1)$ noktası ve $d \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1} = t$ doğrusunun belirttiği düzlemin denklemini yazınız.

4. $A(1, 2)$ noktasının $x + 2y - 1 = 0$ doğrusuna göre simetriği olan noktayı bulunuz.

5. $P_1 \dots 2x - y + z + 1 = 0$

$P_2 \dots 3x + 5y - z + 4 = 0$

$P_3 \dots x + 6y - 2z + 1 = 0$ düzlemlerinin birbirlerine göre durumunu inceleyiniz.

Başarılar

Prof. Dr. Emin KASAP

$$\rightarrow \underline{\beta = 315^\circ \text{ olsun}}$$

$$x = r \begin{cases} \cos \theta \\ - \text{oldu} \end{cases} \sin \beta$$

$$y = r \begin{cases} \sin \theta \\ - \text{oldu} \end{cases} \sin \beta$$

$$\rightarrow P_2 (2\sqrt{2}, 240^\circ, 315^\circ)$$

$$\underline{r = -2\sqrt{2} \text{ için}}$$

$$\begin{matrix} z = r \cos \beta \\ + \quad - \\ \{2\sqrt{2} \quad \{ -2\sqrt{2} \} \end{matrix} \begin{matrix} \cos \beta \\ - \text{oldu} \\ \{135^\circ, 225^\circ\} \end{matrix}$$

$$\underline{\beta = 135^\circ \text{ olsun}}$$

$$x = r \begin{cases} \cos \theta \\ - \text{oldu} \end{cases} \sin \beta$$

$$y = r \begin{cases} \sin \theta \\ - \text{oldu} \end{cases} \sin \beta$$

$$\rightarrow P_3 (-2\sqrt{2}, 240^\circ, 135^\circ)$$

$$\rightarrow \underline{\beta = 225^\circ \text{ olsun}}$$

$$x = r \begin{cases} \cos \theta \\ + \text{oldu} \end{cases} \sin \beta$$

$$y = r \begin{cases} \sin \theta \\ + \text{oldu} \end{cases} \sin \beta$$

$$\rightarrow P_4 (-2\sqrt{2}, 60^\circ, 225^\circ)$$

2) Öncelikle d_1 doğrusunu standart halde yazalım:

$$x + 2y = 1 - z$$

$$y = -z$$

ve $z = t$ dersek

$$y = -t$$

$$x = 1 + t \text{ olup,}$$

$$d_1 \dots \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1} = t \text{ bulunur.}$$

$$d_1 \text{ doğrusunun doğrultme } \vec{v}_1 = (1, -1, 1)$$

$$d_2 \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \vec{v}_2 = (1, -2, -1) \text{ olmak üzere}$$

$\vec{U}_1 \times \vec{U}_2$ olduğundan ya bir noktada kesisirler
ya da aykırıdır.

Şimdi $A(1,0,0) \in d_1$

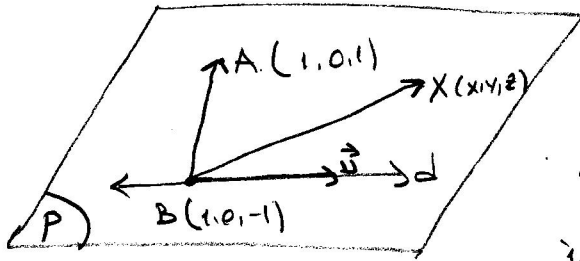
$B(1/5, 1/5, -2) \in d_2$ noktalar yardımıyla $\vec{AB} = (-4/5, 1/5, -2)$

vektörü için

$$\det(\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{AB}) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -4/5 & 1/5 & -2 \end{vmatrix} = 0 \text{ elde edilir ki}$$

bunun anlamı verilen d_1 ve d_2 doğrular tek bir noktada kesişir.

3) Aranılan düzleme P diyelim.



$A \notin d_1$ ve $X = (x, y, z)$

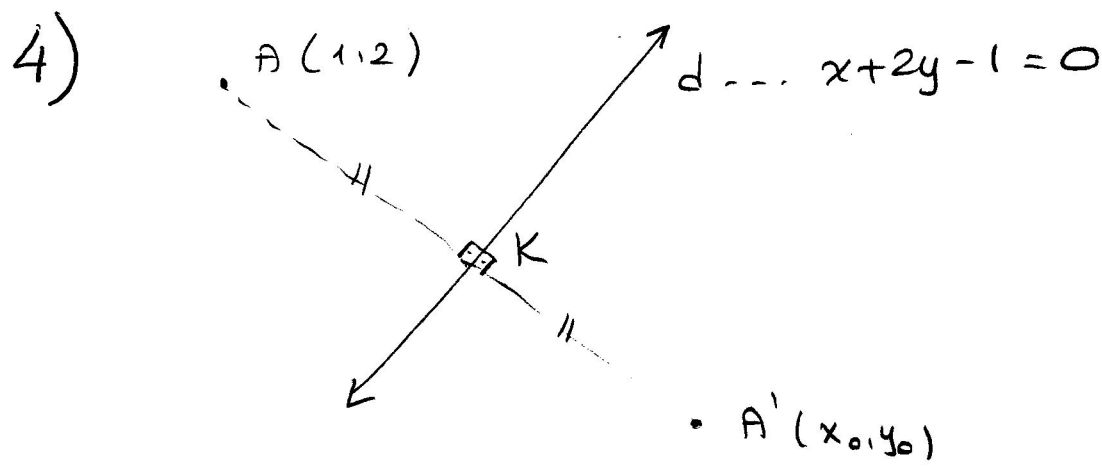
P üzerinde temsilci bir nokta olmak üzere

Bir $B(1,0,-1) \in d$ ve $\vec{U} = (2, 2, 1)$
için

$\det(\vec{U}, \vec{AB}, \vec{BX}) = 0$ eşitliği P düzlemini verir.

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ x-1 & y & z+1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow P \dots x - y - 1 = 0$ bulunur.



A'nın d doğrusuna göre simetrisi A' olsun. Böylece A ve A' noktasını içeren doğru d ye dik dur. Yani eğimler çarpımı -1 dir.

$$m_d \cdot m_{AA'} = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot \frac{y_0 - 2}{x_0 - 1} = -1$$

$$\Rightarrow y_0 = 2x_0 \dots (1)$$

A ve A' nün simetrik noktalar olmasından dolayı orta noktaları olan $K(x_1, y_1) \in d$ dir.

$$x_1 = \frac{x_0 + 1}{2}, \quad y_1 = \frac{y_0 + 2}{2},$$

$$\Rightarrow \frac{x_0 + 1}{2} + 2 \frac{y_0 + 2}{2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_0 + 2y_0 + 3 = 0 \dots (2)$$

(1) ve (2) de $A'(-3/5, -6/5)$ bulunur.

5) P_1 düzleminin normali $\vec{n}_1 = (2, -1, 1)$

P_2 " " " $\vec{n}_2 = (3, 5, -1)$

P_3 " " " $\vec{n}_3 = (1, 6, -2)$ olmak üzere

$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 \times \vec{n}_3$ olduğundan bu düzlemler ya ikiser ikiser orokesisleri paralel ya bir doğru boyunca kesilir ya da bir noktada kesilir

Sistemin katsayılar matrisi

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \\ 1 & 6 & -2 \end{bmatrix} \text{ olmak üzere}$$

$\det A = 0$ olup düzlemler ya ikiser ikiser arakesitleri paralel ya da bir doğru boyunca kesişir

Bunun tespiti için P_1 ve P_2 düzlemlerini ele aldım:

$$z = 0 \text{ seçildiğinde } \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + 5y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9/13 \\ y = 5/13 \end{cases}$$

$\Rightarrow C(-9/13, 5/13, 0) \in P_1 \cap P_2$ dir. Şimdi bu noktanın

P_3 ile ilişkisini inceleyelim:

$$-\frac{9}{13} + 6 \cdot \frac{5}{13} - 2 \cdot 0 + 1 = 0$$

$\frac{34}{13} \neq 0$ olur ki $C \notin P_3$ dir. Bunun anlamı

P_1, P_2, P_3 düzlemlerinin ikiser ikiser arakesitleri paraleldir.